INTORNO ALL' INTERPRETAZIONE DI UN LUOGO MATEMATICO DI PLATONE

Nel « Teeteto » di Platone, Socrate chiede al matematico Teodoro se conosca e possa additare un giovane sagace e di buone speranze, fra tanti che accorrono a lui per apprendere le sue dottrine.

Teodoro risponde che molti invero egli conosce d'arguto ingegno e forte memoria, ma in tutti costoro fa capolino una certa superbiuzza ed oltracotanza, che spiace e diminuisce i meriti intellettuali: solo Teeteto può offrire appunto quelle doti, che Socrate ricercava ne' suoi futuri discepoli, la prontezza cioè e sagacità dell' ingegno, l' amore alle ricerche, la mansuetudine nel tratto ed una ragionevole docilità.

Ed il grande filosofo s'invoglia di fare la conoscenza di codesto giovane, per interrogarlo e, se trovi qualche parte debole ne' fondamenti o nel metodo della sua dottrina, richiamarlo alla considerazione più scrupolosa di essa, ed all' emendazione di que' difetti, che anche negli uomini più saggi egli sapeva scovare, affinchè poi si correggessero ed aspirassero così a divenire gli ottimi possibili fra i cittadini.

Caso vuole che appunto in quella compaia Teeteto con alcuni condiscepoli: Teodoro invita il giovane a sedersi accanto a Socrate. I due nuovi amici erano entrambi poco leggiadri di volto: Teodoro ne aveva già prima parlato al filosofo: « dice Teodoro ch' io ti rassomiglio ». Socrate ne ride dapprima, scherzando piacevolmente su questa poco ambita rassomiglianza: ma di qui veramente trae origine la serietà e l' importanza dell' argomento che nel dialogo si svolge.

Digitized by Google

Chè Socrate intavola così la questione: questo Teodoro ci dice simili d'aspetto: o ch'egli è forse un esteta? E'mi par bene ch'egli sia matematico; ed è pur forza che, s'egli è tale, in questa e non in altre scienze egli sia erudito ed esperto. O non crederete voi che si possa divenire scienziati solo in ciò di cui uno si occupa?

O forse chi è in una dottrina versato, di tutta la scienza è padrone?

E vediamo allora: che è questa scienza? Teeteto, invitato a rispondere in proposito, non coglie dapprima nel segno, ed invece di esporre o tentare una definizione di scienza presa nel suo significato più assoluto e generale, invece di darne insomma un concetto trascendente, si fa ad enumerarne alcune, non senza mettere accanto alla scienza della geometria l'arte del calzolaio ed ogni altra in generale.

Ripreso da Socrate con urbana e sottile ironia, si corregge del suo errore, intravvede quello che Socrate vuole da lui, ma non sapendo come esprimere il suo concetto unificatore delle scienze, ricorre per confronto ad un'altra unificazione, ch'egli con un suo condiscepolo aveva tentato, per comprendere tutte le radici de' numeri sotto un termine solo. L'esposizione appunto di questo piccolo brano è l'oggetto del mio studio.

Si osservi come i commentatori l'abbiano avvolto in così fitte nebbie, da non poterne cavare un costrutto: nè invero il testo, a prima giunta, appare evidente, onde è necessario da alcuni termini cavare un significato a tutta prima inaspettato, ma che trova la sua conferma nell'interpretazione intiera del brano stesso.

Credo opportuno, prima di esporre la nuova versione che propongo, riportare quella che diede il Bonghi, affinchè giustificando le modificazioni introdotte, io possa rendere più evidenti i motivi della nuova interpretazione.

Platone, *Teteto*, cap. V, (Versione di R. Bonghi).

« Teodoro qui ci ha scritto qualcosa intorno alle potenze (περὶ δυνάμεων), a quella di tre piedi e a quella di cinque, mostrando che in lunghezza (μήκει) non sono commensurabili con quella di un piede, e così via via prescegliendo ciascuna, una per una, sino a quella di diciasette piedi; a questa s'è pur fermato.

Ora, a noi entrò in mente qualcosa così: poichè le potenze apparivano infinite di numero, provarci a raccoglierle sotto un solo concetto, con cui potessimo denominarle tutte codeste potenze...

Digitized by Google

Il numero lo bipartimmo tutto (cioè distribuimmo in due ordini tutta quanta la serie dei numeri): quello che può, moltiplicato uguali volte diventare uguale (ἴσον ἰσάκις γίγνεσθαι), noi, rassomigliandolo per figura al quadrato, lo chiamammo quadrato ed equilatero.

Qundi il numero che sta di mezzo a questo, di cui sono e il tre e il cinque, e ogni altro che non può, moltiplicato uguali volte, diventare uguale, ma diventa o più moltiplicato minori volte, o meno moltiplicato maggiori volte, e sempre un maggiore e un minore lato lo circoscrive, questo invece, noi, rassomigliandolo alla figura oblunga, lo dicemmo numero oblungo (προμήκη)...

Tutte le linee che quadrangolano il numero equilatero e piano, le definimmo lunghezza; e tutte quelle invece che quadrangolano il numero bislungo (ἑτερομήκη), potenze, giacchè non commensurabili per lunghezza colle prime, bensì coi piani di cui sono potenza ».

⁂

Si osservi dapprima come il Bonghi attenendosi al significato che i commentatori in generale, e l' Ast nel suo lessico platonico, attribuiscono alla parola δύναμις, traduca « Teodoro qui ci ha scritto qualcosa intorno alle *potenze* ».

Nel suddetto lessico si trovano in bell' ordine distinti i varii significati d' ogni parola nelle diverse frasi: e sotto δύναμις sono elencati gli svariatissimi sensi del vocabolo, fra i quali è citato quello di *potentia* da usarsi nei luoghi che trattano d' argomenti matematici.

Certo, l' opera dell' Ast è assai commendevole, nè a tutti basterebbe l' animo di intraprendere o la costanza di compiere un lavoro così penoso, e pur di tanta utilità agli studiosi di Platone: ma è pur vero che in mezzo a tanta varietà di interpretazioni e di fronte a tanta finezza che si richiede nel tradurre le singole parole del filosofo, sorge la necessità di una revisione di quel lessico, non foss'altro, per introdurvi qua e là i risultati delle nuove e numerose indagini compiute.

In molti altri glossarii, e dizionarii platonici si trovano, per esempio, già distinti i due significati tecnici di δύναμις « in aritmetica, *radice*, in geometria, *lato del quadrato* ». Ora a tutti è palese quanta differenza corra fra le due versioni, la vecchia, dello stesso Ast e di tutti gli altri: « Questo Teodoro ci esponeva alcun che sulle potenze, del tre, del cinque » oppure « sulla

Digitized by Google

potenza di tre piedi, o terza, o terziaria » e quest'altra: « ci esponeva alcun che intorno alle radici, del tre, del cinque ».

Questa, giova confessarlo, è la chiave dell'interpretazione: il resto si suggerisce da sè.

Rimane da dimostrare come veramente δύναμις significasse dapprima *radice*, e solo più tardi venisse assunto come simbolo di *potenza*.

Per il significato suo proprio questo vocabolo indica *potenza*, ma nel senso di ciò che una cosa è capace di produrre secondo la virtù che in sè racchiude.

Applicato ai numeri, evidentemente esprime ciò che il numero può produrre, onde non rappresenta il prodotto del numero per se stesso, ossia la potenza, ma la capacità del numero a dare delle potenze: ecco perchè lo traduco *radice*.

In seguito possiamo chiederci che cosa significherebbero queste parole « la potenza di tre piedi e quella di cinque non sono commensurabili con quella d'un piede ». Poichè, in realtà, sia la seconda che qualunque altra potenza di ogni numero intiero è commensurabile certo coll'unità; e non cessa d'esser vero ciò, se all'unità per così dire astratta si sostituisca una misura unitaria, cioè un piede.

Interpretando invece δύναμις nel significato di radice, può risultare questa versione tanto vera quanto palese: Questo Teodoro qui ci ha scritto qualcosa intorno alle radici del tre, del cinque, dimostrando che sono incommensurabili colla radice dell'unità ».

Volendo però tener conto dell'espressione τρίποδος e πεντέποδος come geometrica, si potrebbe supporre che si trattasse non veramente di numeri come il tre, il cinque, e delle loro radici, ma delle radici di segmenti di piano misurati da tre, cinque ecc. ecc. piedi quadrati; le quali radici, se questi segmenti di piano si rappresentano come rettangoli, sono appunto irrazionali ed incommensurabili coll'unità di misura lineare, che sarebbe il piede lineare.

Bisogna però tenersi presente in che modo i Greci fossero soliti rappresentarsi i numeri: essi non disgiungevano così nettamente come si fa da noi la geometria dall'aritmetica, ed amavano, anche in un insegnamento elementare, associare fin dove fosse loro possibile il numero astratto al concreto, raffigurando il primo con segni grafici, tolti dalla geometria.

Questa tendenza ci spiega come alcuni teoremi servissero a far comprendere meglio certe proposizioni di logica, ed anzi, la

Digitized by Google

storia delle scienze matematiche dimostra che queste furono presso i Greci strettamente congiunte colle filosofiche, tanto da non aversi un filosofo che non fosse anche matematico, e viceversa. E facilmente si comprende questa parentela originaria fra le due scienze, se si riflette che così l'una come l'altra sorgono dapprima per sottile astrazione, e quanto più questa è elaborata, tanto più procede e frutta lo studio, che applica poi alla pratica i suoi risultati.

Nè questo si può osservare solo de' Greci: chè lo stesso si può ripetere di Newton ed altri celebri scienziati d'ogni tempo e paese.

Tornando al tre ed al cinque, credo che le ragioni ora addotte siano sufficienti a concludere che si può, senza offendere il senso del testo, sostituire all'espressione greca τρίποδος καὶ πεντέποδος i semplici numeri corrispondenti: tutt'al più converrà tenersi presente che Teodoro parlava come geometra, e considerare quindi quei segmenti di tre o cinque piedi come rappresentazioni grafiche delle radici di determinati piani.

Le stesse ragioni spiegano come, più sotto, Teeteto parli di « linee (γραμμαί) che quadrangolano il *numero* equilatero e piano ».

Egli ha già passato in rassegna i numeri presi in senso generale: ora viene ai segmenti, e chiama lunghezze quelli che τετραγωνίζουσι il *numero* quadrato perfetto (cioè i lati dei quadrati), non facendosi scrupolo di chiamare n*umero* quadrato la figura del quadrato, continuando nel paragone già prima stabilito, pel quale chiamò *quadrati ed equilateri* i numeri quadrati perfetti, rassomigliandoli colla figura geometrica del quadrato: se non che sono ora invertiti i termini del confronto.

Un'altra espressione del testo ha bisogno di schiarimenti.

Teeteto comincia col dividere i numeri in generale in due ordini: quelli che possono ἴσον ἰσάκις γίγνεσθαι e quelli che non lo possono. Giova chiarire questa frase: letteralmente significa « risultare un uguale moltiplicato uguali volte »: con ciò i Greci esprimevano un quadrato. E si capisce come Teeteto qui distingua i numeri risultanti da due fattori uguali, come il quattro, il nove, ossia i quadrati perfetti, dai non quadrati perfetti.

Forse ciò che indusse più in errore nel tradurre questa espressione è il doppio senso di γίγνεσθαι, il quale qui va sempre tradotto « essere, risultare », non « diventare »; altrimenti non si comprende che cosa significano queste parole: « ogni altro (numero) che non può, moltiplicato uguali volte, *divenire* uguale, ma *diventa* o più moltiplicato minori volte, o meno moltiplicato maggiori volte... dicemmo numero oblungo ».

Digitized by Google

Tenendo conto di queste osservazioni, credo che si possa così liberamente tradurre il brano:

« Questo Teodoro qui ci scriveva qualcosa delle radici del tre, del cinque, dimostrando che sono incommensurabili coll'unità, e così via via, scegliendole fino a radice di diciasette: qui si fermò.

Orbene, a noi venne in mente, poichè le radici risultavano innumerevoli, di provarci a raccoglierle sotto un termine solo, col quale potessimo enunciarle tutte....

a) Abbiamo diviso i *numeri* in generale in due ordini: quelli che possono risultare dal prodotto di due fattori uguali, rassomigliatili colla figura del quadrato, chiamammo quadrati (perfetti).

E i numeri intermedi, come il tre, il cinque, e tutti quelli che non risultano di due fattori uguali, ma d'un maggiore per un minore o d'un minore per un maggiore e sempre (graficamente) li determina un lato maggiore ed uno minore, rassomigliatili colla figura del rettangolo, chiamammo rettangolari;

b) Tutte le *linee*, che possono dare un quadrato, definimmo lunghezze: quelle che elevate a quadrato darebbero un rettangolo (cioè le radici dei rettangoli), definimmo radici, poichè non sono in lunghezza commensurabili colle precedenti, ma solo si possono commisurare per mezzo delle aree che determinano i loro quadrati;

c) E analogamente per i *solidi*:

Numeri in generale	quadrati perfetti	risultanti di uno o più fattori, tutti con esponenti pari.
	rettangolari	ossia: numeri primi e loro potenze dispari; non primi risultanti di fattori diversi, fra i quali uno o più o tutti con esponente dispari.
Linee	radici di quadrati = lati - lunghezze.	
	radici di rettangoli	radici propriamente dette; oggi: limiti di classi contigue.

Dunque Teeteto, osservando che un numero qualunque può servire di radice ad una propria potenza, restringe il significato del vocabolo, chiamando radici propriamente dette le radici dei rettangoli: oggi il termine radice riacquistò significato più largo, ed alle radici di Teeteto si dà il nome di *numeri irrazionali.*

Digitized by Google

Se non che Teeteto non applicò questa distinzione alle radici dei numeri, ma dei piani: sui numeri in generale si accontentò di osservare che alcuni sono quadrati perfetti, altri no. E poichè Teodoro, come fu già veduto, parlando di radice di tre ecc., non esprimeva tre, cinque come numeri assoluti, ma misurati in lunghezze di piedi, cioè come linee rappresentanti radici di piani, così il discepolo trattò appunto le radici dei quadrati e dei rettangoli, chiamando le prime lunghezze, le seconde radici proprie.

E analogamente avrebbe fatto per i solidi, onde il concetto unico, che Teeteto cercava per esprimere le radici tutte, comprende quelle: *a)* dei numeri in generale, *b)* dei piani, *c)* dei solidi.

·※·

Il brano esaminato non tratta prettamente di filosofia, ma forse è bene che venga fatta di pubblica ragione questa interpretazione, sia perchè questo dialogo di Platone è fra i più notevoli, e va in ogni sua parte studiato a fondo, sia perchè il concetto di Teeteto rappresenta una bella sintesi matematica, e servì ad ogni modo come esempio del metodo che il nuovo discepolo di Socrate intuiva per necessario a rispondere al difficile quesito impostogli dal nuovo maestro.

ACHILLE CRESPI

Digitized by Google

INDICE DEGLI ARTICOLI ORIGINALI

PUBBLICATI NELL' ANNATA 1903

ALEMANNI V. - Introduzione a una psicologia del dubbio, Vol. 1.° . . . . . PAG. 389
ARDIGÒ R. - La formazione naturale e la dinamica della psiche, Vol. 1.° . . . . . » 1
—— Sentire, Vol. 2.° . . . . . » 277
BENINI V. - Amiamo i nostri nemici. Vol. 2.° . . . . . » 173
BERSANO A - Per una notizia biografica su Spinoza, Vol. 2.° » 107
CARASSALI S. - La simpatia in A. Smith, Vol. 1.° . . . . . » 292
CESCA G. - L' idealismo del Mach e l' Energismo dell'Ostwald Vol. 1.° . . . . . » 245
CRESPI A. - Intorno all' interpretazione di un luogo matematico di Platone, Vol. 1.° . . . . . » 343
D' ALFONSO N. - I principî economici dell' Etica, Vol. 1.° . » 470
DE LA GRASSERIE R. - De la religion abstraite et des religion athéistiques, Vol. 1.° pag. 447 e Vol. 2.° . . . . . » 54
FALCHI A. - Intorno al concetto scientifico di diritto naturale e d' equità, Vol. 2.° . . . . . » 150
FERRO A. - Prolegomeni alla discussione delle ipotesi sui rapporti fra lo spirito e il corpo, Vol. 1.° . . . . . » 266
IAIA F. - L' intelligenza degli animali inferiori, Vol. 1.° » 68 e 194
LABANCA B. - La « Vita di Gesù » di Davide Strauss in Italia, Vol. 1.° . . . . . » 1
MARCHESINI G. - L' interpretazione filosofica del problema sociale, Vol. 1.° . . . . . » 15
MOMIGLIANO F. - Un pubblicista economista e filosofo del periodo napoleonico, Vol. 1.°, pag. 115, 425 e Vol. 2.° pag. 78 » 314, 374
MONDOLFO R. - Il concetto del bene e la psicologia dei sentimenti in Hobbes, Vol. 1.° . . . . . » 39 e 371
MILESI G. B - La legge di gravità in biologia e la scoperte di Otto Von Schrön, Vol. 2.° . . . . . » 137
NATOLI L. - La questione del genio, Vol. 1.° . . . . . » 490
OBICI G. - Il meccanismo della scrittura, Vol. 1.° . . . . . » 154
ORANO P. - Max Stirner in Italia, Vol. 2.° . . . . . » 348
RANZOLI C. - Per la terminologia filosofica, Vol. 1.° . . . . » 377
ROSSI P. - Il valore sociale dei « meneurs », Vol. 1.° . . » 330
TEDESCHI E. - Il bilancio del Ministero dell' Istruzione Pubblica, Vol. 2.° . . . . . » 25
TROILO E. - Gli ideali di Nicola Spedalieri, Vol. 2.° . . . . » 36
VAILATI G. - La teoria aristotelica della definizione, Vol. 2.° » 332
ZAMORANI E. - Varie, Vol. 1.° pag. 374 e Vol. 2.° . . . . . » 272
—— Leone XIII, Vol. 2.° . . . . . » 132
—— A chi legge, Vol. 2.° . . . . . » 277

ENEA ZAMORANI, *direttore responsabile.*

Digitized by Google